

SZCZEGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI: ZADANIA DODATKOWE

Zadanie 1. W wyniku bombardowania w akceleratorze folii aluminiowej protonami wytwarzane są piony π^+ , które wylatują z folii z prędkością $v = 0,99995c$. Jaka część wytworzonych pionów doleci do detektora umieszczonego w odległości $d = 54$ m od folii, jeśli czas połowicznego rozpadu pionu π^+ (mierzony w jego układzie własnym) wynosi $\tau = 1,8 \times 10^{-8}$ s? Wynik ten porównać z wynikiem nierelatywistycznym.

Zadanie 2. Dwie wiązki elektronów wylatują z akceleratora z jednakowymi (względem laboratorium) prędkościami $v = 0,9c$. Wiązki te skierowano przeciwbieżnie. Obliczyć prędkość elektronów w jednej z wiązek w układzie odniesienia związanym z drugą wiązką.

Zadanie 3. Dwa pręty poruszają się ku sobie wzdłuż osi x , każdy ze stałą prędkością v względem układu odniesienia związanego z osią x . Długość własna każdego pręta wynosi ℓ_0 . Jaka długość mijanego pręta zmierzy obserwator poruszający się wraz z jednym z prętów?

Zadanie 4. Długość własna pociągu ℓ_0 jest dokładnie taka sama jak długość tunelu. Pociąg jedzie z prędkością v względem ziemi. (i) Czy początek i koniec pociągu miną końce tunelu dokładnie w tym samym momencie czasu? Przeanalizować odpowiedź w układzie odniesienia związanym z ziemią i z pędzącym pociągiem. (ii) Jak długo trwał przejazd pociągu przez tunel? Czas przejazdu to odstęp czasu od chwili, kiedy czoło pociągu mija wlot tunelu do chwili, gdy koniec ostatniego wagonu znajduje się przy końcowej krawędzi tunelu. Czy czasy mierzone przez obserwatora spoczywającego względem tunelu i pasażera pociągu będą jednakowe?

Zadanie 5. Odległa galaktyka oddala się *radialnie* od Ziemi. Mierzac w widmie promieniowania elektromagnetycznego galaktyki charakterystyczne długości fal linii widmowych emitowanych przez wzbudzone atomy różnych pierwiastków zaobserwowano, że są one większe w porównaniu z długościami fal emitowanych przez te same atomy w warunkach laboratoryjnych o $z = 50\%$. Obliczyć prędkość galaktyki względem Ziemi.

Zadanie 6. Cząstka o masie spoczynkowej m porusza się z relatywistyczną prędkością $\vec{v}$. Cząstka ma pęd $\vec{p}$, energię całkowitą E oraz energię kinetyczną E_k .

(i) Wyrazić prędkość $\vec{v}$ cząstki przez jej pęd $\vec{p}$.

(ii) Wyrazić wartość $|\vec{p}|$ pędu cząstki przez jej energię kinetyczną E_k .

(iii) Wyrazić wartość $|\vec{v}|$ prędkości cząstki przez jej masę m i energię całkowitą E .

Zadanie 7. Cząstka o masie spoczynkowej m i ładunku elektrycznym q porusza się w jednorodnym i stałym w czasie polu elektrycznym. Znaleźć wartość prędkości cząstki, spoczywającej w chwili początkowej, po przemieszczeniu się między punktami, pomiędzy którymi różnica potencjałów wynosi U .

Zadanie 8. Relatywistyczny proton o energii kinetycznej E_k zderza się z innym nieruchomym protonem. Zakładając, że początkowa energia kinetyczna uderzającego protonu dzieli się równo pomiędzy oba protony (czyli energie kinetyczne obu protonów są po zderzeniu takie same), znaleźć kąt α między torami protonów po zderzeniu. Masa spoczynkowa protonu wynosi m_p . Jaka jest graniczna wartość kąta α , gdy $E_k \rightarrow \infty$?

Zadanie 9. Udowodnić, że pojedynczy swobodny elektron nie może ani zaabsorbować, ani wyemitować fotonu.

Wskazówki i rozwiązania. 1. $2^{-d\sqrt{1-v^2/c^2}/(v\tau)} \cong 93\%$; wynik nierelatywistyczny to $0,097\%$. 2. $2v/(1+v^2/c^2) \cong 0,995c$. 3. $\ell_0(1-\beta^2)/(1+\beta^2)$, gdzie $\beta := v/c$. 4. (ii) $(1+\sqrt{1-v^2/c^2})\ell_0/v$. 5. Przesunięcie ku czerwieni z jest zdefiniowane jako $z := (\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{lab}})/\lambda_{\text{lab}}$, gdzie λ_{lab} jest zmierzoną w laboratorium długością fali jakiejś linii widmowej, a λ_{obs} jest obserwowaną w widmie galaktyki długością fali tej samej linii; $[(1+z)^2 - 1]/[(1+z)^2 + 1]c \cong 0,38c$. 6. (i) $\vec{v} = (\vec{p}/m)/\sqrt{1+\vec{p}^2/(mc)^2}$; (ii) $|\vec{p}| = (1/c)\sqrt{E_k(E_k + 2mc^2)}$; (iii) $|\vec{v}| = c\sqrt{1 - (mc^2/E)^2}$. 7. $c\sqrt{|qU|/(|qU| + 2mc^2)} / (|qU| + mc^2)$. 8. $\cos \alpha = E_k/(E_k + 4m_p c^2)$.